

KARAKTERISASI SEMIGRUP BENTUK BILINEAR TERURUT PARSIAL DALAM BATASAN SUBHIMPUNAN FUZZY

Oleh
Karyati, M.Si
Dr. Dhoriva Urwatul Wutsqa, MS

ABSTRAK

Penelitian ini didasarkan pada penelitian dari peneliti sebelumnya, yaitu Rajendran dan Nambooripad, Karyati dkk maupun Kehayupulu dan Tsingelis. Rajendran dan Nambooripad meneliti tentang semigrup bentuk bilinear dan sifat-sifatnya. Karyati dkk telah banyak bekerja pada semigrup bentuk bilinear dalam versi fuzzy. Sedangkan Kahayupulu dan Tsingelis menyelidiki tentang semigrup terurut parsial.

Penelitian ini bertujuan untuk melahirkan teori baru tentang karakteristik semigrup bentuk bilinear terurut parsial dalam batasan subhimpunan fuzzy-nya. Dalam hal ini yang dimaksud dengan subhimpunan fuzzy meliputi ideal (kiri/kanan) fuzzy. Beberapa sifat atau karakteristik dari semigrup bentuk bilinear terurut parsial dalam batasan subhimpunan fuzzy maupun idealnya telah diperoleh.

Berhasil ditemukan teori baru antara lain yang menyatakan bahwa: Jika $(S(B), \leq)$ semigrup bentuk bilinear terurut parsial yang memuat elemen satuan dan $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ subhimpunan fuzzy dari semigrup $S(B)$ yang memenuhi sifat $\alpha_1 \leq \beta_1$ dan $\alpha_2 \leq \beta_2$ maka $\alpha_1 \circ \alpha_2 \leq \beta_1 \circ \beta_2$. Semigrup bentuk bilinear terurut parsial $(S(B), \leq)$ membentuk semigrup reguler jika dan hanya jika untuk setiap $\tilde{a} \in S(B)$ berlaku $\langle \tilde{a} \rangle_R \cap \langle \tilde{a} \rangle_L = (\langle \tilde{a} \rangle_R \langle \tilde{a} \rangle_L]$. Jika α ideal kanan fuzzy pada $S(B)$ dan β ideal kiri fuzzy pada $S(B)$, maka $\alpha \circ \beta \leq \alpha \wedge \beta$ dan berlaku $\alpha \wedge \beta \leq \alpha \circ \beta$. Sifat lain juga berhasil ditemukan terkait regularitas semigrup bentuk bilinear terurut parsial, maupun semigrup bentuk bilinear terurut parsial yang memuat elemen identitas, yaitu: Semigrup bentuk bilinear terurut parsial $(S(B), \leq)$ membentuk semigrup reguler jika dan hanya jika setiap ideal kanan α dan setiap ideal kiri fuzzy β dari semigrup $(S(B), \leq)$ berlaku $\alpha \wedge \beta \leq \alpha \circ \beta$, ekuivalen dengan, $\alpha \wedge \beta = \alpha \circ \beta$. Semigrup bentuk bilinear terurut parsial $(S(B), \leq)$ membentuk semigrup reguler jika dan hanya jika setiap ideal kanan fuzzy α dan setiap subhimpunan fuzzy β dari semigrup $(S(B), \leq)$ berlaku $\alpha \wedge \beta \leq \alpha \circ \beta$. Misalkan $(S(B), \leq)$ semigrup bentuk bilinear terurut parsial dengan elemen satuan “1”. Jika α ideal kanan fuzzy dari semigrup $(S(B), \leq)$, maka berlaku $\alpha \circ 1 = \alpha$. Jika β ideal kanan fuzzy dari semigrup $(S(B), \leq)$, maka berlaku $1 \circ \beta = \beta$. Jika α ideal kanan fuzzy dari semigrup $(S(B), \leq)$, maka $\alpha \circ \alpha \leq \alpha$. Jika β ideal kiri fuzzy dari $(S(B), \leq)$, maka $\beta \circ \beta \leq \beta$. Misalkan $(S(B), \leq)$ semigrup bentuk bilinear terurut parsial reguler. Jika α ideal kanan fuzzy dari semigrup $(S(B), \leq)$, maka berlaku $\alpha \leq \alpha \circ \alpha$. Jika β ideal kiri fuzzy dari $(S(B), \leq)$, maka $\beta \leq \beta \circ \beta$. Jika $(S(B), \leq)$ semigrup bentuk bilinear terurut parsial reguler, maka ideal kanan fuzzy maupun ideal kiri fuzzy adalah idempoten.

Kata kunci: $S(B)$ terurut parsial, $S(B)$ terurut parsial reguler, subhimpunan fuzzy, ideal (kanan/kiri) fuzzy, idempotent fuzzy.